ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο υ της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$.

Μονάδες 9

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln\theta = x \quad , \quad \theta>0$

β. Αν $\alpha>0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , $\theta_2 > 0$ ισχύει: $\log_\alpha(\theta_1\theta_2) = \log_\alpha\theta_1 \cdot \log_\alpha\theta_2$

γ. $\varepsilon\varphi 2\alpha = \dfrac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1+\varepsilon\varphi^2\alpha}$

δ. $\eta\mu^2\alpha = \dfrac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$

ε. $\varepsilon\varphi(\alpha - \beta) = \dfrac{\varepsilon\varphi\alpha+\varepsilon\varphi\beta}{1-\varepsilon\varphi\alpha\,\varepsilon\varphi\beta}$.

Μονάδες 10

Γ. Πότε μία ακολουθία λέγεται:
α. αριθμητική πρόοδος;

β. γεωμετρική πρόοδος;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha_1 = \sigma\upsilon\nu 2\alpha$, $\alpha_2 = \sigma\upsilon\nu^2\alpha$, $\alpha_3 = 1$, όπου η γωνία α ικανοποιεί τη σχέση $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

α. Να αποδείξετε ότι αυτοί οι αριθμοί, με τη σειρά που δίνονται, αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε τη διαφορά ω αυτής της προόδου.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = kx^3 - (k + \lambda)x^2 + \lambda x + 1$.

α. Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $k = -6$ και $\lambda = -5$.

Μονάδες 8

β. Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, για $k = -6$ και $\lambda = -5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Μονάδες 8

γ. Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $k = -6$ και $\lambda = -5$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{x} + 5}\right)$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f(x).

Μονάδες 5

β. Να λύσετε την εξίσωση f(x) = 2ln2 .

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την ανίσωση f(x) > 0.

Μονάδες 10